ISJCL INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI CĂLĂRAŞI

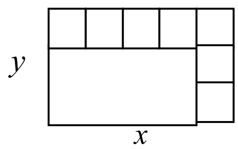
MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 11 FEBRUARIE 2012

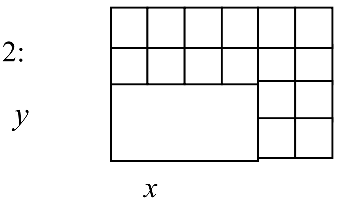
Clasa a VI-a

Problema 1. Un joc pe calculator funcționează după următorul algoritm: pe ecranul monitorului este afișat un dreptunghi de lungime x și lățime y și, la fiecare pas al algoritmului, se adaugă pe două laturi alăturate ale dreptunghiului pătrate de latură 1 după cum se vede în figurile de mai jos:

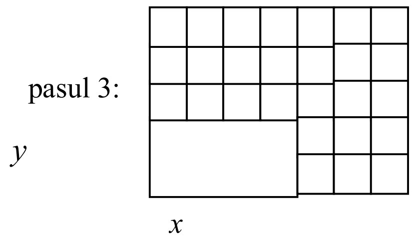
pasul 1:



pasul 2:



pasul 3:



Ştiind că la pasul 29 se obține un dreptunghi de arie 1023 să se afle x și y. Justificaţi răspunsul. (*Un dreptunghi are aria 1023 dacă poate fi acoperit cu o rețea de 1023 de pătrate cu latura 1 și interioarele disjuncte.*)

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 2. a) Aflați cel mai mic număr pătrat perfect care este divizibil cu 96 și este mai mare decât 2012.

b) Numerele naturale se grupează în modul următor: $\underbrace{1}_{1}\ ;\ \underbrace{2,\ 4,\ 6}_{2}\ ;\ \underbrace{3,\ 5,\ 7,\ \ldots,\ 19}_{3}\ ;\ \underbrace{8,\ 10,\ 12,\ \ldots,\ 60}_{4}\ ;\ \ldots$

(Grupele numerotate cu numere impare conțin numere impare, grupele numerotate cu numere pare conțin numere pare, grupa 1 conține un număr, grupa 2 conține 3 numere, grupa 3 conține 9 numere, grupa 4 conține 27 numere , etc.)

Care este numărul grupei care conține numărul 2012?

Adriana Constantin și Aurelia Cațaros, Călărași

c) Aflați numerele prime a, b, c, dacă $b > a > c$ și este adevărată egalitatea: $169a+105b+3c^2=2012$.

Eugen Predoiu, Călărași

Problema 3. a) Se consideră unghiurile $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, astfel încât $\angle AOB$, $\angle BOC$ sunt adiacente, iar $\angle BOC$ și $\angle COD$ sunt de asemenea adiacente. Fie [OE și [OF bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, respectiv $\angle COD$. Dacă m($\angle AOC$)+ m($\angle BOD$) = 120°, calculați m($\angle EOF$).

Luminița Bucureșteanu, Călărași

b) Fie M punctul de intersecție a mediatoarelor segmentelor [AB] și [AC]. Să se demonstreze că $m(\angle BAC) = 90°$ $\Leftrightarrow$ B, M, C sunt coliniare. (*Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este 180°.*)

Florica și Lucian Ioniță, Călărași

Problema 4. a) Dacă $\{a,\ b,\ c,\ d\}=\{5,\ 15,\ 25,\ 35\}$ determinați cea mai mare valoare a numărului $ab+ad+bc+cd$.

Eugenia Vlad, Călărași

b) Să se arate că oricum am plasa 15 puncte în regiunile determinate în plan de trei drepte distincte cel puțin o regiune conține mai mult de două puncte. (*O mulțime de puncte din plan se numește regiune dacă oricare ar fi două puncte din mulțime, segmentul deschis determinat de ele, este inclus în mulțime.*)

Camelia Iordache, Călărași

SUCCES!

<u>Notă</u> : Durata concursului este de trei ore .

Baremul de notare este: **Problema 1.** 7 puncte; **Problema 2.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 4.** a) 3 puncte; b) 4 puncte.